

Комбинаторика-1

08 июля

1. Сколько существует пятизначных чисел, в которых все цифры различные и
а) нечётные; б) чётные; в) не все нечётные?
2. Сколько существует шестизначных чисел, которые
а) не содержат в записи цифру 7?
б) содержат в записи цифру 7?
в) содержат в записи хотя бы две цифры 7?
3. а) Сколькими способами можно поставить на шахматную доску двух разноцветных коней, не бьющих друг друга?
б) А двух одноцветных коней, не бьющих друг друга?
4. Сколькими способами из комплекта доминошек можно выбрать две стыкующиеся доминошки (то есть один квадратик у них одинаковый)?
5. У скольких девятизначных чисел все цифры различны, сумма каждой пары соседних цифр нечетна, а само число делится на 4?
6. Меню в школьном буфете состоит из 7 блюд. Миша хочет каждый день завтракать по-новому, выбирая на завтрак любое количество различных блюд (но обязательно он что-то хочет брать). Сколько дней ему это удастся? Сколько всего блюд он съест за это время?
7. Отмечена точка пересечения двух прямых и, кроме неё, 5 точек на одной прямой и 7 точек на другой. Сколько существует треугольников с вершинами в отмеченных точках?
8. Маленький Митя знает только шесть цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6. В минуты досуга он выписал все пятизначные числа, состоящие из этих цифр. Сколько чисел среди выписанных делятся на шесть, если
а) все цифры в числе различны? б) цифры в числе могут повторяться?
9. Есть 200 различных карточек с числами $2, 3, 2^2, 3^2, \dots, 2^{100}, 3^{100}$ (на каждой карточке написано ровно одно число, каждое число встречается ровно один раз). Сколькими способами можно выбрать 2 карточки так, чтобы произведение чисел на выбранных карточках было кубом целого числа?
10. Сколько существует пятизначных натуральных чисел, не содержащих цифр 7 и 8, но обязательно содержащих и 1, и 2?

11. Сколькими способами можно вырезать прямоугольник из шахматной доски 8×8 (по сторонам клеток) так, чтобы количество белых и черных клеток было поровну?
12. Сколькими способами можно раскрасить в два цвета клетки полосы 2×8 так, чтобы не нашлось одноцветного трехклеточного уголка? (Варианты, отличающиеся поворотом, считаются различными)
13. Сколькими способами можно раскрасить в два цвета клетки доски 8×8 так, чтобы не нашлось одноцветного трехклеточного уголка? (Варианты, отличающиеся поворотом, считаются различными)